

Analisis Karakteristik *Ways of Thinking* dan *Ways of Understanding* Siswa Kelas VII dalam Menyelesaikan Soal Persamaan Linear Satu Variabel Berdasarkan Teori Harel

Lestari Situmorang*, Happy Lumbantobing, Rian Efendi, Raoda Ismail
Universitas Cenderawasih, Jayapura, Indonesia

*Corresponding Author: lestarisitumorangg601@gmail.com
Dikirim: 06-06-2026; Direvisi: 20-07-2026; Diterima: 22-07-2026

Abstrak: Penelitian ini difokuskan untuk menginvestigasi dan karakteristik *ways of thinking* (WoT) dan *ways of understanding* (WoU) siswa kelas VII dalam menyelesaikan soal Persamaan Linear Satu Variabel (PLSV) berdasarkan teori Harel. Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan jenis penelitian deskriptif. Penelitian dilaksanakan di SMP Pembangunan V Yapis Waena pada semester genap tahun ajaran 2025/2026 dengan melibatkan 31 siswa kelas VII yang dipilih menggunakan teknik *purposive sampling*. Data dikumpulkan melalui dua kali tes tertulis yang diberikan pada waktu berbeda (triangulasi waktu) dan dokumentasi hasil pekerjaan siswa. Instrumen penelitian telah divalidasi oleh dua dosen Pendidikan Matematika dan satu guru matematika SMP melalui *expert judgment*. Data dianalisis menggunakan teknik analisis deskriptif dengan mengelompokkan karakteristik *ways of thinking* dan *ways of understanding* berdasarkan indikator teori Harel. Hasil penelitian menunjukkan tiga karakteristik siswa, yaitu Berpikir Benar–Memahami Benar (BB), Berpikir Benar–Memahami Salah (BS), dan Berpikir Salah–Memahami Benar (SB), sedangkan kategori Berpikir Salah–Memahami Salah (SS) tidak ditemukan. Siswa kategori BB menunjukkan pemahaman konsep dan penalaran yang konsisten, kategori BS mampu menerapkan prosedur tetapi belum memahami prinsip keseimbangan persamaan secara mendalam, sedangkan kategori SB telah memahami konsep dasar namun masih melakukan kesalahan prosedural dalam operasi aljabar. Temuan penelitian menunjukkan bahwa *ways of thinking* dan *ways of understanding* saling berkaitan dan berkembang melalui pengalaman belajar. Penelitian selanjutnya disarankan melibatkan wawancara serta menggunakan soal dengan tingkat kompleksitas yang lebih beragam agar proses berpikir dan pemahaman siswa dapat diungkap secara lebih mendalam.

Kata Kunci: ways of thinking; ways of understanding; teori harel; PLSV.

Abstract: This study aimed to investigate and describe the characteristics of students' ways of thinking (WoT) and ways of understanding (WoU) in solving One-Variable Linear Equation (OVLE) problems based on Harel's theory. This study employed a qualitative approach with a descriptive research design. The research was conducted at SMP Pembangunan V Yapis Waena during the second semester of the 2025/2026 academic year and involved 31 seventh-grade students selected through purposive sampling. Data were collected through two written tests administered at different times using time triangulation and documentation of students' written work. The research instruments were validated through expert judgment by two mathematics education lecturers and one junior high school mathematics teacher. The data were analyzed descriptively by classifying students' ways of thinking and ways of understanding based on Harel's theoretical indicators. The findings revealed three categories of students' characteristics: Correct Thinking–Correct Understanding (CC), Correct Thinking–Incorrect Understanding (CI), and Incorrect Thinking–Correct Understanding (IC), while the Incorrect Thinking–Incorrect Understanding (II) category was not identified. Students in the CC category demonstrated

consistent conceptual understanding and mathematical reasoning. Students in the CI category correctly applied procedures but had not fully understood the principle of equation balance, whereas students in the IC category understood the underlying concepts but still made procedural errors in algebraic operations. The findings indicate that ways of thinking and ways of understanding are closely interconnected and develop through learning experiences. Future research is recommended to incorporate interviews and employ problems with varying levels of complexity to obtain a more comprehensive understanding of students' thinking processes and conceptual understanding.

Keywords: ways of thinking; ways of understanding; Harel theory; linear equations.

PENDAHULUAN

Pendidikan matematika merupakan salah satu bidang ilmu yang berperan penting dalam mengembangkan kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, dan kritis siswa sebagai bekal menghadapi perkembangan ilmu pengetahuan dan tuntutan abad ke-21 (Ismail et al., 2024). Dalam konteks Kurikulum Merdeka, pembelajaran matematika tidak lagi hanya menekankan pada hasil akhir, tetapi juga pada proses berpikir siswa ketika membangun dan memahami suatu konsep matematis. Menurut (Santos Trigo, 2024) pembelajaran matematika sebaiknya menekankan kemampuan siswa dalam memahami konsep, bukan sekadar memperoleh jawaban akhir dan penalaran matematis agar siswa mampu menggunakan matematika dalam berbagai konteks.

Pemahaman konsep matematis merupakan bagian penting dari pembelajaran matematika yang mendukung siswa untuk menyelesaikan berbagai persoalan, baik terhadap persoalan matematis maupun permasalahan kontekstual sehari-hari. Menurut Mulyono (2018), pemahaman konsep menjadi dasar bagi siswa dalam membangun cara berpikir ketika menyelesaikan suatu permasalahan. Dalam pembelajaran matematika, kemampuan memahami konsep tidak dapat dipisahkan dari proses berpikir siswa saat menghadapi masalah. Hal tersebut sejalan dengan penelitian (Lumbantobing et al., 2025) yang menunjukkan bahwa pembelajaran yang melibatkan siswa secara aktif dalam membangun pengetahuan mampu mendorong siswa menyusun konsep dengan bahasanya sendiri, menarik kesimpulan berdasarkan hasil yang diperoleh, serta menerapkan konsep dalam pemecahan masalah matematika. Samosir & Herman (2023) menjelaskan bahwa pengetahuan matematika terdiri atas dua kategori yang saling berkaitan yaitu *ways of understanding* (WoU) dan *ways of thinking* (WoT). Pembelajaran yang masih berfokus pada prosedur sering menyebabkan siswa hanya mengikuti langkah penyelesaian tanpa memahami alasan matematis dari proses yang dilakukan. Kondisi tersebut mengakibatkan kemampuan berpikir matematis siswa belum berkembang secara optimal (Jumiati et al., 2020).

Departemen Pendidikan Nasional' (2006) menegaskan bahwa pembelajaran matematika harus mempersiapkan siswa agar memahami konsep, berpikir kritis, memecahkan permasalahan serta memahami pentingnya matematika dalam kehidupan sehari-hari. Kemampuan tersebut tidak hanya mencakup aktivitas menghitung, tetapi juga melibatkan proses penalaran, representasi, interpretasi, dan pengambilan keputusan matematis (Komarudin et al., 2023). Pemahaman konsep yang baik berperan penting dalam mendukung perkembangan kemampuan berpikir matematis siswa. Kondisi ini sejalan dengan pandangan Harel (2008) yang



menekankan bahwa pemahaman matematis siswa terbentuk melalui hubungan antara *ways of thinking* dan *ways of understanding* ketika siswa menyelesaikan masalah matematis. Penelitian sebelumnya mengindikasikan adanya perbedaan dalam cara berpikir siswa dapat menghasilkan perbedaan dalam memahami konsep matematika. Hasil penelitian (Manurung & Hadiyanti, 2023) juga menunjukkan bahwa karakteristik berpikir siswa memengaruhi strategi penyelesaian masalah matematika yang digunakan oleh setiap individu. Kesalahan siswa tidak hanya disebabkan oleh lemahnya penguasaan konsep, tetapi juga oleh pola berpikir yang tidak logis atau tidak konsisten (Aiyub, 2023; Maghfiroh et al., 2024; Samosir & Herman, 2023; Saputra et al., 2025). Kesulitan siswa dalam menyelesaikan masalah matematika juga ditunjukkan oleh penelitian (Kulimbang & Efendi, 2026; Sirampun, 2024) yang mengidentifikasi bahwa peserta didik belum mampu memahami informasi pada soal secara tepat, melakukan analisis, serta menyusun kesimpulan berdasarkan hasil penyelesaian.

Salah satu materi matematika SMP yang memerlukan kemampuan berpikir dan pemahaman konseptual yang baik adalah Persamaan Linear Satu Variabel (PLSV) (Sari & Adirakasiwi, 2025; Wahab et al., 2021). Temuan tersebut juga didukung oleh penelitian (Asdaputri et al., 2026) yang menunjukkan bahwa materi Persamaan Linear Satu Variabel masih memerlukan strategi pembelajaran yang mampu meningkatkan aktivitas dan hasil belajar siswa karena konsep-konsep pada materi ini menjadi dasar bagi pembelajaran aljabar pada jenjang berikutnya. Penguasaan konsep PLSV merupakan fondasi krusial dalam struktur aljabar, mengingat materi ini menjadi prasyarat dalam memodelkan fenomena matematis yang lebih kompleks pada jenjang pendidikan menengah. Akan tetapi, berbagai studi yang dilakukan menunjukkan adanya kesulitan yang masih dialami siswa SMP ketika menyelesaikan soal PLSV.

Berbagai studi menunjukkan bahwa siswa SMP masih mengalami kesulitan ketika menyelesaikan soal Persamaan Linear Satu Variabel. Siswa masih melakukan berbagai kesalahan dalam menyelesaikan soal cerita Persamaan Linear Satu Variabel, meliputi kesalahan memahami masalah, mentransformasikan soal ke model matematika, melakukan proses perhitungan, hingga menuliskan jawaban akhir (Hadiyanti et al., 2022). Kesalahan tersebut dipengaruhi oleh kurangnya pemahaman terhadap informasi soal, ketidakmampuan membangun model matematika, serta kurangnya ketelitian dalam proses penyelesaian. Kesulitan tersebut meliputi kesalahan memahami makna variabel, ketidakmampuan menerjemahkan soal cerita ke model matematika, kesalahan operasi aljabar, hingga penggunaan prosedur yang tidak sesuai (Rayhan & Sudihartini, 2022). Kondisi tersebut menyebabkan siswa kesulitan merepresentasikan permasalahan ke dalam bentuk persamaan matematika dan menentukan langkah penyelesaian secara logis (Jumiati et al., 2020). Penelitian lain juga menunjukkan bahwa rendahnya kemampuan berpikir kritis siswa pada materi PLSV dipicu oleh kurangnya pemahaman konsep dan dominasi pembelajaran prosedural di kelas (Balkis et al., 2025). Permasalahan tersebut menunjukkan bahwa kesulitan siswa pada materi PLSV tidak sekadar menekankan hasil akhir penyelesaian, namun juga cara siswa membangun penyelesaian matematika. Sejalan dengan kondisi tersebut, Efendi & Kulimbang, (2025) menyatakan bahwa kemampuan pemecahan masalah matematika masih menjadi tantangan dalam pembelajaran matematika. Kondisi tersebut menunjukkan bahwa penyelesaian



masalah matematika tidak hanya bergantung pada penguasaan prosedur, tetapi juga pada proses berpikir dan pemahaman konsep yang dibangun siswa ketika menyelesaikan suatu permasalahan.

Kesalahan siswa sering muncul karena kegagalan mempertahankan makna matematis ketika berpindah antarrepresentasi (Ruamba et al., 2026). Kondisi tersebut menunjukkan perlunya suatu kerangka analisis yang mampu menjelaskan bagaimana siswa berpikir dan membangun pemahaman matematis. Berdasarkan teori Harel, proses berpikir matematis siswa dapat ditinjau melalui dua komponen utama, yaitu *ways of thinking* (cara berpikir) dan *ways of understanding* (cara memahami). *Ways of thinking* mengacu pada cara siswa menggunakan ide, strategi, dan penalaran dalam menyelesaikan masalah, sedangkan *ways of understanding* berkaitan dengan bagaimana siswa membangun dan memaknai suatu konsep matematis (Harel, 2013). *Ways of thinking* dan *ways of understanding* saling berkaitan serta memengaruhi proses berpikir matematis siswa (Harel, 2008). Oleh karena itu, teori Harel memberikan kerangka analisis yang lebih mendalam dibandingkan analisis kesalahan konvensional. Teori ini tidak hanya mengidentifikasi bentuk kesalahan siswa, tetapi juga menjelaskan akar konseptual dan pola berpikir yang melatarbelakangi kesalahan tersebut.

Beberapa penelitian terdahulu telah mengkaji *ways of thinking* dan *ways of understanding* siswa pada berbagai materi matematika. Penelitian (Samosir & Herman, 2023) menunjukkan bahwa sebagian besar kesalahan siswa dalam materi himpunan terjadi karena siswa tidak memahami konsep dasar secara utuh sehingga menghasilkan cara berpikir yang tidak tepat. Penelitian (Salsabila Lutfi & Herman, 2021) menunjukkan bahwa pemahaman konsep yang baik menghasilkan pola berpikir yang lebih sistematis dan logis terkait materi persamaan lingkaran. Sementara itu, penelitian (Saputra et al., 2025) menunjukkan adanya variasi karakteristik *ways of thinking* dan *ways of understanding* siswa dalam menyelesaikan operasi bilangan rasional. Berbagai penelitian tersebut memperlihatkan bahwa teori Harel relevan digunakan untuk menganalisis proses berpikir matematis siswa pada berbagai topik matematika.

Meskipun demikian, penelitian yang berkaitan dengan *ways of thinking* dan *ways of understanding* dalam materi Persamaan Linear Satu Variabel (PLSV) khususnya pada siswa SMP kelas VII masih jarang diteliti. Selain itu, penelitian terkait teori Harel lebih dominan dilakukan pada materi himpunan, bilangan rasional, dan persamaan lingkaran sehingga belum banyak penelitian yang secara spesifik mengkaji karakteristik *ways of thinking* dan *ways of understanding* siswa SMP pada materi PLSV. Dengan demikian, masih terdapat batasan kajian yang membahas hubungan antara *ways of thinking* dan *ways of understanding* siswa SMP kelas VII pada proses penyelesaian masalah matematis PLSV apabila dianalisis menggunakan teori Harel.

Kebaruhan penelitian ini terletak pada analisis hubungan antara *ways of thinking* dan *ways of understanding* siswa SMP kelas VII pada materi Persamaan Linear Satu Variabel menggunakan triangulasi waktu melalui dua kali tes sehingga mampu menggambarkan konsistensi karakteristik berpikir siswa yang belum banyak dikaji pada penelitian sebelumnya. Kajian ini tidak hanya mengidentifikasi benar atau salahnya jawaban siswa, tetapi juga mengungkap bagaimana siswa membangun pemahaman konsep, menggunakan strategi berpikir, serta karakteristik *ways of*

thinking dan *ways of understanding* siswa ketika menyelesaikan masalah PLSV. Selain itu, penelitian ini memberikan kontribusi teoretis berupa penguatan implementasi teori Harel pada konteks pembelajaran aljabar dasar di SMP yang masih jarang dikaji dalam penelitian pendidikan matematika di Indonesia. Hasil studi ini diharapkan mampu menjadi bahan pertimbangan bagi guru untuk merancang pembelajaran yang mendorong perkembangan berpikir matematis siswa.

Berdasarkan uraian tersebut, studi ini dilakukan untuk menginvestigasi dan mendeskripsikan secara komprehensif karakteristik *ways of thinking* dan *ways of understanding* siswa kelas VII SMP V Pembangunan Waena ketika menyelesaikan soal Persamaan Linear Satu Variabel (PLSV) dengan mengacu pada teori Harel. Kajian ini diharapkan mampu memberikan gambaran terkait proses berpikir siswa dalam pembelajaran aljabar. Selain itu, hasil kajian ini dapat membantu guru dalam menentukan strategi pembelajaran yang lebih sesuai. Berbeda dengan penelitian sebelumnya yang mengkaji WoT dan WoU pada materi himpunan, bilangan rasional, maupun persamaan lingkaran, penelitian ini mengkaji materi PLSV pada siswa SMP kelas VII menggunakan dua kali tes melalui triangulasi waktu sehingga mampu menggambarkan konsistensi karakteristik berpikir siswa.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan jenis deskriptif untuk memperoleh gambaran mendalam mengenai karakteristik *ways of thinking* dan *ways of understanding* siswa dalam proses penyelesaian soal Persamaan Linear Satu Variabel (PLSV) berdasarkan teori Harel. Pendekatan ini dipilih karena tujuan penelitian bukan untuk menguji hipotesis atau mengukur hubungan antarvariabel, melainkan mendeskripsikan secara mendalam karakteristik *ways of thinking* dan *ways of understanding* siswa berdasarkan hasil penyelesaian soal PLSV. Pendekatan kualitatif memungkinkan peneliti menginterpretasikan proses berpikir siswa secara komprehensif melalui analisis terhadap jawaban tertulis. Sugiyono (2022) menjelaskan bahwa penelitian kualitatif berorientasi pada pemahaman mendalam mengenai fenomena tertentu secara alamiah dengan menekankan makna dibandingkan generalisasi. Sejalan dengan itu Creswell (2023) menyatakan bahwa penelitian kualitatif berfokus pada eksplorasi makna, proses, dan interpretasi terhadap suatu fenomena yang dialami oleh partisipan.

Penelitian dilaksanakan di SMP Pembangunan V Yapis Waena pada semester genap tahun ajaran 2025/2026. penentuan lokasi penelitian dilakukan berdasarkan pertimbangan bahwa siswa di sekolah tersebut memiliki karakteristik yang beragam dalam memahami konsep dan menyelesaikan masalah matematika. Keragaman karakteristik siswa tersebut memungkinkan peneliti memperoleh data yang bervariasi sehingga dapat mendukung analisis *ways of thinking* dan *ways of understanding* siswa dalam menyelesaikan soal Persamaan Linear Satu Variabel (PLSV). Subjek penelitian terdiri dari 31 siswa kelas VII yang dipilih melalui teknik purposive sampling. Pemilihan subjek didasarkan pada beberapa kriteria, yaitu: (1) siswa telah mengikuti pembelajaran materi Persamaan Linear Satu Variabel (PLSV), (2) siswa mengikuti seluruh rangkaian tes penelitian, dan (3) siswa menunjukkan variasi kemampuan penyelesaian masalah berdasarkan hasil tes awal yang terlihat dari keberagaman strategi, ketepatan jawaban, serta cara membentuk model matematika. Kriteria tersebut digunakan agar peneliti memperoleh gambaran yang beragam



mengenai ways of thinking dan ways of understanding siswa. Berdasarkan hasil analisis tes pertama dan tes kedua, diperoleh kategori siswa yaitu 12 siswa kategori BB, 11 siswa kategori BS, dan 8 siswa kategori SB. Adapun kategori SS tidak ditemukan dalam penelitian ini.

Pada penelitian kualitatif, peneliti berperan sebagai instrumen utama, sedangkan tes tertulis digunakan sebagai instrumen pendukung. Instrumen tes yang digunakan dalam penelitian ini terlebih dahulu melalui proses validasi ahli (expert judgment) untuk menjamin validitas isi dan validitas konstruk. Validasi dilakukan oleh dua dosen Pendidikan Matematika dan satu guru matematika SMP yang berpengalaman dalam pembelajaran aljabar. Aspek yang divalidasi meliputi kesesuaian soal dengan indikator ways of thinking dan ways of understanding berdasarkan teori Harel, kejelasan bahasa, kesesuaian konteks soal dengan karakteristik siswa SMP, serta ketepatan konsep matematis yang diukur. Berdasarkan hasil validasi, instrumen dinyatakan layak digunakan dengan beberapa revisi minor pada redaksi soal. Tes disusun berdasarkan indikator *ways of thinking* dan *ways of understanding* menurut teori Harel untuk mengidentifikasi pola berpikir dan pemahaman siswa dalam menyelesaikan soal PLSV. Tes pertama terdiri atas tiga soal kontekstual yang berkaitan dengan kegiatan jual beli dan tabungan dalam kehidupan sehari-hari. Soal-soal tersebut dirancang untuk mengukur kemampuan siswa dalam membuat model matematika serta menentukan penyelesaian dari bentuk Persamaan Linear Satu Variabel. Adapun tes kedua disusun dengan bentuk soal yang serupa, tetapi menggunakan konteks yang berbeda untuk melihat konsistensi pola berpikir dan pemahaman siswa.

Tabel 1. Soal Tes Pertama

No	Soal
1	Mince adalah penjual rok rumbai. Suatu hari, ia berhasil menjual 6 rok rumbai dan memperoleh total uang sebesar Rp330.000. Namun, ia harus membayar biaya sewa tempat sebesar Rp30.000. Buatlah model matematika dari masalah tersebut dan tentukan harga satu rok rumbai.
2	Betaria menjual hiasan kepala Papua. Dalam suatu hari, ia berhasil menjual 8 buah hiasan kepala dan memperoleh uang sebesar Rp520.000. Namun, ia harus membayar biaya tempat sebesar Rp40.000. Buatlah model matematika dari masalah tersebut dan tentukan harga satu hiasan kepala.
3	Cristin memiliki tabungan awal sebesar Rp2.000 dan menabung Rp5.000 setiap hari. Setelah beberapa hari, jumlah tabungannya menjadi Rp22.000. Tentukan banyak hari Cristin menabung.

Tabel 2. Soal Tes Kedua

No	Soal
1	Maria menjual gelang kulit kerang khas Papua. Ia berhasil menjual 9 gelang dan memperoleh uang sebesar Rp405.000. Namun, ia harus membayar biaya transportasi sebesar Rp45.000. Buatlah model matematika dari masalah tersebut dan tentukan harga satu gelang.
2	Mace Lina menjual pinang di Pasar Hamadi. Dalam sehari, ia berhasil menjual 10 ikat pinang dan memperoleh uang sebesar Rp180.000. Namun, ia harus membayar biaya sewa sebesar Rp30.000. Buatlah model matematika dari masalah tersebut dan tentukan harga satu ikat pinang.
3	Siska memiliki tabungan awal sebesar Rp11.000 dan menabung Rp9.000 setiap hari. Setelah beberapa hari, jumlah tabungannya menjadi Rp56.000. Tentukan banyak hari Siska menabung.



Penentuan kategori *ways of thinking* dan *ways of understanding* dilakukan berdasarkan rubrik analisis. *Ways of Thinking* (WoT) diidentifikasi melalui kemampuan siswa dalam memilih strategi penyelesaian, menyusun langkah penyelesaian secara logis, menggunakan operasi aljabar yang sesuai, serta memberikan alasan matematis terhadap langkah yang digunakan. Sementara itu, *Ways of Understanding* (WoU) diidentifikasi melalui kemampuan siswa memahami informasi yang diketahui dan ditanyakan, membentuk model matematika yang sesuai dengan konteks soal, serta menunjukkan pemahaman terhadap konsep keseimbangan persamaan linear satu variabel. Analisis dilakukan terhadap setiap lembar jawaban siswa dan dibandingkan dengan indikator yang telah ditetapkan.

Tabel 3. Indikator *Ways of Thinking* dan *Ways of Understanding*

	Indikator	Deskripsi
Ways of Thinking	Penggunaan Strategi Penyelesaian	Siswa dikatakan berpikir jika penggunaan strategi penyelesaian menyelesaikan soal PLSV dengan tepat.
	Langkah Penyelesaian	Siswa dikatakan berpikir jika mampu menyusun langkah penyelesaian secara runtut dan logis.
	Penalaran Matematis	Siswa dikatakan berpikir jika mampu menunjukkan alasan matematis melalui langkah penyelesaian yang digunakan.
Ways of Understanding	Menentukan Informasi Diketahui	Siswa dikatakan memahami jika mampu mengidentifikasi informasi yang diketahui pada soal.
	Menentukan Informasi Ditanyakan	Siswa dikatakan memahami jika mampu menentukan informasi yang ditanyakan pada soal yang diujikan.
	Pemahaman Materi	Siswa dikatakan memahami jika mampu menerapkan konsep persamaan linear satu variabel dengan tepat
	Membentuk Model Matematika	Siswa dikatakan memahami jika mampu mengubah permasalahan menjadi model matematika.

Pengumpulan data pada penelitian ini dilakukan melalui pemberian tes dan dokumentasi. Tes diberikan secara individu sebanyak dua kali pada waktu yang berbeda untuk memperoleh informasi terkait kemampuan dan pemahaman siswa serta melihat konsistensi hasil yang diperoleh. Dokumentasi digunakan untuk mengumpulkan lembar jawaban siswa selama penelitian berlangsung. Keabsahan data diuji melalui triangulasi waktu dengan membandingkan hasil tes pertama dan tes kedua guna meningkatkan kredibilitas data penelitian. Menurut Sugiyono (2022) kredibilitas data dalam penelitian kualitatif dapat diperkuat melalui triangulasi.

Untuk meningkatkan kredibilitas data, penelitian ini menerapkan triangulasi waktu melalui pemberian tes sebanyak dua kali pada waktu yang berbeda kepada subjek penelitian untuk melihat konsistensi *ways of thinking* dan *ways of understanding* siswa dalam menyelesaikan soal Persamaan Linear Satu Variabel (PLSV). Data dari tes pertama dan tes kedua kemudian dibandingkan untuk mengetahui kestabilan pola berpikir dan pemahaman siswa dengan demikian, data yang diperoleh dapat dipertanggungjawabkan keabsahannya. Menurut (Mekarisce, 2020) triangulasi waktu digunakan untuk meningkatkan kredibilitas data dalam penelitian kualitatif.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan karakteristik yang ditemukan, terdapat beberapa kesamaan ciri sehingga dapat dikelompokkan ke dalam kategori yang sama (Nurhasanah dkk.,2021).

Tabel 4. Deskripsi dari *Ways of Thinking* dan *Ways of Understanding*

No	Karakteristik	Deskripsi
1	Cara berpikir benar dengan cara memahami benar (BB)	Siswa mampu menentukan model matematika, melakukan operasi aljabar dengan tepat, serta memahami konsep variabel, koefisien, konstanta, dan prinsip keseimbangan persamaan dengan tepat sehingga memperoleh penyelesaian yang benar.
2	Cara berpikir benar dengan cara memahami salah (BS)	Siswa menyelesaikan soal melalui langkah-langkah yang runtut serta sesuai prosedur dalam menyelesaikan soal Persamaan Linear Satu Variabel. Proses operasi aljabar yang dilakukan sudah benar, namun siswa belum memahami konsep PLSV secara menyeluruh, seperti makna variabel atau prinsip keseimbangan dalam PLSV, sehingga masih terjadi kesalahan dalam menarik kesimpulan akhir.
3	Cara berpikir salah dengan cara memahami benar (SB)	Siswa mampu memahami konsep dasar PLSV dengan memisalkan variabel dan membentuk model matematika sesuai konteks soal. Siswa juga telah memahami bahwa penyelesaian persamaan dilakukan menggunakan konsep keseimbangan. Namun, siswa masih melakukan kesalahan dalam proses operasi aljabar, seperti kesalahan tanda atau perhitungan ketika menyelesaikan persamaan. Akibatnya, jawaban akhir yang diperoleh menjadi kurang tepat meskipun konsep yang digunakan sudah benar.
4	Cara berpikir salah dengan cara memahami salah (SS)	Siswa menggunakan langkah dan strategi penyelesaian yang tidak sistematis serta tidak sesuai konsep Persamaan Linear Satu Variabel. Terdapat kesalahan siswa ketika melakukan operasi aljabar dan belum memahami konsep dasar PLSV.

Dari hasil analisis pada penelitian ini ditemukan tiga karakteristik *ways of thinking dan ways of understanding* siswa, yaitu Berpikir Benar dan Memahami Benar (BB), Berpikir Benar dan Memahami Salah (BS), serta Berpikir Salah dan Memahami Benar (SB). Ketiga Karakteristik tersebut diperoleh berdasarkan hasil dua kali tes yang diberikan kepada siswa pada proses penyelesaian soal Persamaan Linear Satu Variabel (PLSV).

Berdasarkan hasil penelitian, diketahui bahwa karakteristik siswa pada kategori Berpikir Benar dan Memahami Benar (BB) cenderung konsisten pada tes pertama dan tes kedua. Siswa pada kategori ini tetap menunjukkan cara berpikir dan pemahaman yang tepat pada proses penyelesaian soal Persamaan Linear Satu Variabel (PLSV), baik dalam membentuk model matematika maupun menerapkan konsep keseimbangan persamaan secara benar. Konsistensi tersebut menunjukkan bahwa siswa menunjukkan pemahaman konsep dan prosedur penyelesaian yang stabil.

Sementara itu, siswa pada kategori Berpikir Benar dan Memahami Salah (BS) dan Berpikir Salah dan Memahami Benar (SB) menunjukkan adanya perkembangan antara tes pertama dan tes kedua. Pada kategori BS, siswa mulai menunjukkan perbaikan dalam proses penyelesaian soal, namun masih cenderung menggunakan konsep “pindah ruas” dibanding memahami prinsip keseimbangan dalam PLSV. Hal ini menunjukkan bahwa siswa dapat memperoleh jawaban yang benar, tetapi pemahaman konseptual terhadap operasi keseimbangan persamaan belum sepenuhnya terbentuk.



Secara signifikan, Hasil penelitian menunjukkan tidak ditemukannya subjek dalam kategori Berpikir Salah dengan Memahami Salah (SS), yang mengisyaratkan bahwa ambang batas kognitif minimal siswa telah terpenuhi. Temuan penelitian ini berbeda dengan hasil penelitian (Samosir & Herman, 2023) yang menunjukkan bahwa siswa dengan pemahaman konsep rendah cenderung mengalami kesalahan baik pada aspek prosedural maupun konseptual secara bersamaan. Tidak munculnya kategori SS dalam penelitian ini diduga dipengaruhi oleh beberapa faktor. Pertama, konteks soal yang digunakan bersifat dekat dengan pengalaman sehari-hari siswa, seperti kegiatan jual beli dan tabungan, sehingga membantu siswa memahami makna permasalahan sebelum membentuk model matematika. Penggunaan konteks realistik diketahui dapat mendukung pemahaman konseptual siswa dalam pembelajaran aljabar dasar. Kedua, siswa telah memperoleh pembelajaran awal mengenai konsep PLSV sebelum penelitian dilakukan sehingga sebagian besar siswa telah memiliki fondasi pemahaman terhadap variabel, operasi aljabar, dan penyelesaian persamaan. Selain faktor pengalaman belajar sebelumnya, tidak munculnya kategori SS juga perlu dipertimbangkan dari sisi karakteristik instrumen yang digunakan. Soal yang diberikan masih berada pada tingkat kesulitan dasar hingga menengah sehingga sebagian besar siswa masih mampu membangun model matematika atau memahami konteks soal. Oleh karena itu, ketiadaan kategori SS dalam penelitian ini belum dapat diinterpretasikan sebagai bukti bahwa seluruh siswa telah memiliki pemahaman konseptual yang kuat, melainkan dapat pula dipengaruhi oleh tingkat kompleksitas soal yang digunakan.

Hasil analisis menunjukkan bahwa siswa memiliki *ways of thinking* dan *ways of understanding* dalam menyelesaikan soal PLSV cenderung membentuk pola tertentu, namun tetap dapat berkembang. Pada kategori Berpikir Benar dengan Memahami Benar (BB), karakteristik siswa relatif konsisten karena mampu mempertahankan pemahaman konsep dan prosedur penyelesaian yang tepat. Sementara itu, pada kategori Berpikir Benar dengan Memahami Salah (BS) serta Berpikir Salah dengan Memahami Benar (SB), terlihat adanya perkembangan cara berpikir meskipun siswa masih menggunakan konsep “pindah ruas” dan belum sepenuhnya menerapkan prinsip keseimbangan persamaan dengan benar. Temuan ini menunjukkan pentingnya analisis karakteristik siswa untuk memahami perkembangan cara berpikir dan pemahaman siswa dalam pembelajaran PLSV.

1. Berpikir Benar dengan Memahami Benar (BB)

Siswa dengan karakteristik berpikir benar dan memahami benar (BB) menunjukkan kemampuan mengidentifikasi informasi yang diketahui dan ditanyakan secara tepat serta mampu menyelesaikan soal sesuai prosedur yang benar. Karakteristik tersebut tampak dari hasil pekerjaan siswa pada tes pertama dan tes kedua yang disajikan pada Gambar 1 sampai Gambar 6.

Penyelesaian: Dik : 6 rok terjual
 Uang = 330.000
 Biaya = 30.000
 Dit : model matematika, harga 1 rok
 Model mtk : 1 rok = x, 6 rok = 6x

model : $6x - 30.000 = 330.000$
 harga : $6x = 330.000$
 $6x = 330.000$
 $x = 55.000$
 jadi harga 1 rok Rp 55.000

Gambar 1. Tes Pertama soal 1 Siswa dengan Karakteristik BB

Penyelesaian: Dik: hiasan kepala = 8
 Uang = 520.000
 Biaya = 40.000
 Dit: Model dan harga 1 hiasan
 Model: misal 1 hiasan kepala = x, hiasan = 8x = 8x - 40.000 = 520.000
 harga = 8x = 520.000
 $8x = 520.000$
 $x = 65.000$

Gambar 2. Tes Pertama soal 2 Siswa dengan Karakteristik BB

Penyelesaian: Dik: Tabungan awal = 2000
 Menabung/hari = 5000
 Total tabungan = 22.000
 Dit: Banyak hari?
 Misalkan: x, 2000 + 5000x = 22.000
 $5000x + 2000 = 22.000$
 $5000x = 20.000$
 $x = 4$

Gambar 3. Tes Pertama soal 3 Siswa dengan Karakteristik BB

Penyelesaian: Dik: 9 gelang
 Uang yang diperoleh = 405.000
 Transportasi = 45.000
 Dit: Model dan harga 1 gelang
 Modelnya: misalkan 1 gelang = x, 9 gelang = 9x
 harga = 9x = 405.000
 $9x = 405.000$
 $x = 45.000$

Gambar 4. Tes Kedua soal 1 Siswa dengan Karakteristik BB

Penyelesaian: Dik: Piring = 10 kat
 Uang = 180.000
 Sewa = 30.000
 Dit: Model dan harga 1 kat
 Model: misalkan Piring = x, 10 Piring = 10x
 harga = 10x = 180.000
 $10x = 180.000$
 $x = 18.000$

Gambar 5. Tes Kedua soal 2 Siswa dengan Karakteristik BB

Penyelesaian: Dik: tabungan awal = 11.000
 Menabung/hari = 9.000
 Jumlah tabungan = 56.000
 Dit: banyak hari mendapatkan 56.000
 Misal: 1 hari = x
 $9.000x + 11.000 = 56.000$
 $9.000x = 45.000$
 $x = 5 \text{ hari}$

Gambar 6. Tes Kedua soal 3 Siswa dengan Karakteristik BB

Ditinjau dari hasil tes pertama dan tes kedua, siswa menunjukkan kemampuan dalam mengidentifikasi informasi yang diketahui dan ditanyakan, soal memisalkan variabel sesuai dengan konteks soal, seperti memisalkan harga satu rok rumbai sebagai x , menunjukkan adanya *ways of understanding* karena siswa telah memahami makna variabel dan hubungan antar informasi dalam soal. Pemahaman tersebut merupakan bentuk produk mental siswa terhadap konsep Persamaan Linear Satu Variabel. Sementara itu, *ways of thinking* terlihat ketika siswa menggunakan langkah penyelesaian secara sistematis untuk menentukan nilai variabel. Hasil kajian ini selaras dengan penelitian (Samosir & Herman, 2023) yang menyatakan bahwa *ways of understanding* terlihat ketika siswa mampu memahami konsep dan makna matematika yang digunakan dalam penyelesaian masalah. Siswa melakukan operasi pada kedua ruas persamaan secara konsisten dan menunjukkan penggunaan prinsip keseimbangan persamaan dalam proses penyelesaian (Santos Trigo, 2024; Wahyuningsih, 2022). Langkah penyelesaian yang runtut dan logis tersebut menunjukkan karakteristik proses mental siswa dalam menggunakan strategi dan penalaran matematis untuk memperoleh jawaban yang benar. Proses tersebut menunjukkan keterkaitan antara cara berpikir dan cara memahami konsep matematika sebagaimana dijelaskan oleh Weber et al. (2014) bahwa perkembangan pengetahuan matematis dibangun melalui interaksi antara *ways of thinking* dan *ways of understanding*. Temuan ini diperkuat oleh penelitian (Harel, 2008c; Lailiyah et al., 2023) yang menjelaskan bahwa *ways of thinking* tampak melalui proses berpikir

siswa dalam menentukan strategi penyelesaian dan menggunakan penalaran matematis secara sistematis.

Dengan demikian, jawaban siswa tidak hanya menunjukkan hasil akhir yang tepat, tetapi juga memperlihatkan hubungan dualitas antara *ways of understanding* dan *ways of thinking* sebagaimana dijelaskan oleh Guershon Harel yaitu pemahaman konsep memengaruhi proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah matematika. Hubungan dualitas tersebut juga diperkuat oleh penelitian (Saputra et al., 2025) yang menunjukkan bahwa pemahaman konsep yang dimiliki siswa berpengaruh terhadap cara berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah matematika.

2. Berpikir Benar dengan Memahami Salah (BS).

Siswa dengan Karakteristik Berpikir Benar dengan Memahami Salah (BS) pada penelitian ini ditunjukkan oleh siswa yang mampu menggunakan langkah penyelesaian secara prosedural, tetapi belum memahami maksud permasalahan dan konsep PLSV secara mendalam.

Penyelesaian: Dik. ada 6 rok
 uang yang di dapat 330
 Biaya Sewa = 30.000
 Jawab: Misalkan 1 rok = x, maka 6 rok = 6x
 Model matematika: $6x - 30.000 = 330.000$
 $6x - 30.000 = 330.000$
 $6x = 330.000 + 30.000$
 $6x = 360.000$
 $x = 60.000$
 harga 1 rok adalah = 60.000

Gambar 7. Tes Pertama Soal 1 Siswa dengan Karakteristik BS

Penyelesaian: Dik. 8 buah rumah
 uang yang di dapat 520.000
 uang Sewa = Rp 40.000
 Model matematika misalkan rumah = x, 8 rumah = 8x
 $8x - 40.000 = 520.000$
 $8x = 520.000 + 40.000$
 $8x = 560.000$
 $x = 70.000$
 jadi harga 1 rumah 70.000

Gambar 8. Tes Pertama Soal 2 Siswa dengan Karakteristik BS

Sekarang?
 Penyelesaian: Dik. tabungan awal = 2.000
 penabung setiap hari = 5.000
 total tabungan = 22.000
 Dik: berapa hari?
 misalkan 1 hari = x
 $2.000 + 5.000x = 22.000$
 $5.000x = 22.000 - 2.000$
 $5.000x = 20.000$
 $x = 4$ hari
 jadi untuk dapat 22 = 4 hari

Gambar 9. Tes Pertama Soal 3 Siswa dengan Karakteristik BS

satu ikat pinang.
 Penyelesaian: Dik: Pinang = 10 ikat harga yang di dapat = 180.000
 Sewa : 30.000 Dik: Model dan harga /ikat
 Model: misal 1 ikat = x = 10 ikat = 10x
 $10x - 30.000 = 180.000$
 harga : $10x = 180.000$
 $x = 18.000$
 harga 1 ikat pinang = 18.000

Gambar 10. Tes Kedua Soal 1 Siswa dengan Karakteristik BS

Penyelesaian: Dik. gelang 9 uang 405.000 Transportasi 9.000
 Dik: Model dan harga
 Model misal 1 gelang = x, 9 gelang = 9x Model: $9x - 40.000 = 405.000$
 harga : $9x = 405.000$
 $x = 45.000$
 harga 1 gelang = 45.000

Gambar 11. Tes Kedua Soal 2 Siswa dengan Karakteristik BS

menabung
 Penyelesaian: Dik: Tabungan awal 11.000 Setiap hari = 9.000
 Jumlah = 56.000 Dik: Berapa hari mendapatkan 56.000
 misal hari = x
 $9.000x + 11.000 = 56.000$
 $9.000x = 56.000 - 11.000$
 $9.000x = 45.000$
 $x = 5$
 hari = 5

Gambar 12. Tes Kedua Soal 3 Siswa dengan Karakteristik BS

Pada tes pertama siswa pada kategori BS, *ways of understanding* siswa belum terbentuk secara utuh karena siswa belum memahami makna penyelesaian yang diminta pada soal. Hal ini terlihat ketika siswa hanya menyelesaikan bentuk persamaan tanpa mengaitkan hasil yang diperoleh dengan konteks harga barang yang ditanyakan. Temuan ini sejalan dengan penelitian (Alawiya et al., 2022) yang menyatakan bahwa siswa sering kali mampu menggunakan prosedur penyelesaian, tetapi belum sepenuhnya memahami konsep dan makna matematis dari penyelesaian yang diperoleh. *Ways of thinking* siswa sudah terlihat melalui penggunaan prosedur penyelesaian yang sistematis dan kemampuan melakukan operasi aljabar dengan benar.

Pada tes kedua, siswa mulai memahami bahwa yang harus dicari adalah nilai atau harga dari variabel dalam konteks permasalahan, bukan menyelesaikan bentuk persamaannya. Akan tetapi, dalam proses penyelesaian siswa masih belum menggunakan konsep keseimbangan pada PLSV secara tepat. Siswa cenderung menggunakan aturan prosedural seperti "pindah ruas" tanpa menunjukkan pemahaman terhadap alasan matematis dari operasi yang dilakukan. Kondisi tersebut menunjukkan bahwa siswa lebih berorientasi pada prosedur dibandingkan membangun makna konsep, padahal pembelajaran matematika seharusnya mengembangkan penalaran dan pemahaman konseptual secara bersamaan (Hurrell, 2021; Rittle-Johnson, 2019). Chirove dan Ogbonnaya (2021) juga menjelaskan bahwa dalam materi aljabar, siswa dapat menunjukkan kemampuan prosedural yang baik, tetapi masih mengalami keterbatasan dalam memahami hubungan konsep yang mendasari prosedur tersebut. Dengan demikian, siswa pada karakteristik BS menunjukkan adanya kemampuan prosedural yang baik, tetapi pemahaman konseptual terhadap prinsip dasar PLSV belum sepenuhnya benar. Hal tersebut didukung oleh penelitian (Wahyuningsih, 2022) yang menjelaskan bahwa siswa sering mengalami kesulitan memahami makna konsep pada persamaan linear meskipun mampu melakukan langkah-langkah prosedural penyelesaian.

3. Berpikir Salah dengan Memahami Benar (SB)

Siswa dengan karakteristik Berpikir Salah dengan Memahami Benar (SB) dalam penelitian ini mampu memahami konsep dasar PLSV dengan memisalkan variabel dan membentuk model matematika sesuai konteks soal namun, siswa masih melakukan kesalahan dalam proses operasi aljabar seperti kesalahan tanda atau perhitungan ketika menyelesaikan persamaan. Akibatnya, jawaban akhir yang diperoleh menjadi kurang tepat meskipun konsep yang digunakan sudah benar. Hal ini menunjukkan bahwa pengetahuan konseptual dan prosedural berkembang secara saling berkaitan, tetapi tidak selalu muncul secara bersamaan dalam proses belajar matematika (Rittle-Johnson, 2019).

Penyelesaian: Model Matematika misal x = ...
 $6x - 30.000 = 330.000$ $6x - 30.000 = 330.000 - 30.000$
 $6x = 300.000$ $6x = 300.000/6$
 $x = 50.000$
 harga x = 50.000

Gambar 13. Tes Pertama Soal 1 siswa dengan Karakteristik SB

Penyelesaian: Model matematika misal x = ...
 $8x - 4.000 = 20.000$
 $8x = 20.000 + 4.000$
 $8x = 24.000$
 $x = 24.000/8$
 $x = 3.000$ harga x = 3.000

Gambar 14. Tes Pertama Soal 2 siswa dengan Karakteristik SB

Penyelesaian: $5000x + 2000 = 22.000$
 $5000x + 2000 = 22.000 - 2000$
 $5000x + 2000 - 2000 = 20.000 - 2000$
 $5000x = 18.000$
 $\frac{5000x}{5000} = \frac{18.000}{5000}$
 $x = 3,6$ membulat = 4 hari

Gambar 15. Tes Pertama Soal 3 siswa dengan Karakteristik SB

Penyelesaian: Dik: gelang = 9
 uang = 405.000
 barang per hari = 45.000 Dik: modal dan harga
 modal misal = 190.000 = x x gelang = 9 x
 modal = 9 x = 45.000 405.000
 harga gelang = 45.000 x 45.000 = 2.025.000 harga gelang = 45.000 x 5 = 225.000

Gambar 16. Tes Kedua Soal 1 siswa dengan Karakteristik SB

Penyelesaian: Dik: Pinang = 10 ikat
 harga gang dicat = 180.000
 sama 30.000 Dik: modal dan harga ikat
 modal misal = 190.000 = x x gelang = 9 x
 modal = 9 x = 45.000 405.000
 harga gelang = 45.000 x 45.000 = 2.025.000 harga gelang = 45.000 x 5 = 225.000

Gambar 17. Tes Kedua Soal 2 siswa dengan Karakteristik SB

Penyelesaian: Dik: bakul = 11.000
 setiap hari = 9.000
 jumlah = 56.000
 Dik: berapa hari, modal dan harga
 modal misal = x
 $9.000x + 11.000 = 56.000$
 $9.000x + 11.000 - 11.000 = 56.000 - 11.000$
 $9.000x = 45.000$
 $\frac{9.000x}{9.000} = \frac{45.000}{9.000}$
 $x = 5$
 hari = 5

Gambar 18. Tes Kedua Soal 3 siswa dengan Karakteristik SB

Berdasarkan hasil tes pertama dan tes kedua, siswa dengan karakteristik Berpikir Salah dengan Memahami Benar (SB) menunjukkan bahwa siswa telah memahami maksud soal dan mampu membentuk model matematika sesuai konteks permasalahan. Pemahaman tersebut terlihat dari kemampuan siswa dalam memisalkan variabel dan membentuk model matematika sesuai konteks permasalahan. Namun demikian, kesalahan prosedural yang masih muncul menunjukkan bahwa pemahaman konsep belum selalu diikuti oleh kemampuan menggunakan strategi penyelesaian secara konsisten, sebagaimana dijelaskan oleh Click or tap here to enter text.. Chirove & Ogbonnaya (2021) menjelaskan bahwa dalam pembelajaran aljabar, siswa dapat memiliki pemahaman konseptual terhadap suatu konsep, tetapi masih mengalami kesulitan ketika menerapkan prosedur secara akurat dan konsisten.

Pada tes pertama, siswa telah menggunakan konsep keseimbangan persamaan, tetapi masih keliru dalam menerapkan operasi lawan. Misalnya, pada persamaan $6x - 30.000 = 330.000$, siswa mengurangkan kedua ruas dengan 30.000, padahal untuk menghilangkan -30.000 seharusnya kedua ruas ditambah 30.000. Kesalahan tersebut menunjukkan bahwa siswa belum sepenuhnya memahami penerapan operasi invers dalam prinsip keseimbangan persamaan (Booth et al., 2014; Wahyuningsih, 2022). Hal lain yang ditemukan adalah kurangnya ketelitian siswa dalam memahami tujuan akhir soal. Pada beberapa jawaban, siswa langsung menyelesaikan persamaan tanpa mengaitkan hasil yang diperoleh dengan konteks pertanyaan, yaitu menentukan harga satuan barang. Pada soal nomor 3, siswa memperoleh hasil 4,8 kemudian membulatkannya menjadi 5 tanpa mengevaluasi kewajaran hasil yang diperoleh.

Pada tes kedua, terlihat adanya perkembangan pemahaman siswa terhadap konsep keseimbangan persamaan. Siswa mulai memahami bahwa operasi penjumlahan digunakan untuk menghilangkan bentuk pengurangan pada salah satu ruas persamaan. Meskipun demikian, siswa masih cenderung berfokus pada penyelesaian prosedural tanpa memperhatikan tujuan akhir pertanyaan pada soal nomor 1 dan nomor 2. Sementara itu, pada soal nomor 3 siswa telah mampu membentuk model matematika, menerapkan konsep keseimbangan, dan memperoleh jawaban yang tepat. Temuan tersebut memiliki kesamaan dengan penelitian sebelumnya yang menunjukkan bahwa siswa pada materi PLSV sering mampu menjalankan prosedur penyelesaian, tetapi belum sepenuhnya memahami alasan matematis maupun makna hasil yang diperoleh (Sinambela, 2026).

Hasil studi ini memiliki implikasi praktis bagi guru matematika dalam pembelajaran Persamaan Linear Satu Variabel (PLSV). Temuan yang diperoleh menunjukkan bahwa anomali dalam jawaban siswa sering kali tidak semata-mata berakar pada defisit penguasaan konsep, melainkan dipicu oleh inkonsistensi dalam struktur pola berpikir matematis yang digunakan. Dengan demikian, pembelajaran matematika perlu disusun sesuai karakteristik berpikir siswa dan tidak hanya menekankan penggunaan prosedur “pindah ruas”, tetapi juga memperkuat pemahaman siswa terhadap prinsip keseimbangan persamaan. Pembelajaran matematika yang hanya berorientasi pada prosedur cenderung menyebabkan siswa mengalami kesulitan memahami makna konsep dan proses penyelesaian masalah (Wahyuningsih, 2022).

Untuk membantu siswa kategori BS memahami prinsip keseimbangan persamaan, guru dapat memanfaatkan alat peraga neraca keseimbangan atau *virtual manipulative* yang merepresentasikan kedua ruas persamaan secara visual. Melalui aktivitas tersebut, siswa dapat mengamati bahwa setiap operasi yang dilakukan pada satu ruas harus dilakukan pula pada ruas lainnya agar persamaan tetap seimbang. Pendekatan ini diharapkan dapat menjembatani transisi siswa dari pemahaman prosedural menuju pemahaman konseptual. Hal tersebut sejalan dengan pendapat (Santos Trigo, 2024) yang menyatakan bahwa penggunaan representasi visual dan aktivitas pemecahan masalah dapat membantu siswa membangun makna konsep matematika secara lebih mendalam. Sementara itu, pada siswa kategori Berpikir Salah dan Memahami Benar (SB), guru perlu memberikan latihan yang menekankan ketelitian prosedural dan evaluasi hasil penyelesaian. Pembelajaran dapat diarahkan pada kegiatan refleksi kesalahan, diskusi langkah penyelesaian, dan pembiasaan memeriksa kembali kewajaran jawaban yang diperoleh. Upaya tersebut juga didukung oleh (Wahyuningsih, 2022) yang menjelaskan bahwa kesalahan siswa pada materi PLSV tidak hanya disebabkan oleh kelemahan prosedural, tetapi juga oleh kurangnya pemahaman terhadap konsep yang mendasari setiap langkah penyelesaian. Melalui pembelajaran yang berorientasi pada pengembangan *ways of thinking* dan *ways of understanding* secara seimbang, siswa diharapkan dapat berkembang menuju karakteristik Berpikir Benar dan Memahami Benar (BB). Hal ini sesuai dengan teori (Harel, 2008) yang menegaskan bahwa perkembangan *ways of thinking* dan *ways of understanding* perlu dibangun secara terpadu agar siswa mampu mengembangkan pengetahuan matematis yang bermakna.



KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian, ditemukan tiga karakteristik *ways of thinking* dan *ways of understanding* siswa dalam menyelesaikan soal Persamaan Linear Satu Variabel (PLSV), yaitu Berpikir Benar dengan Memahami Benar (BB), Berpikir Benar dengan Memahami Salah (BS), dan Berpikir Salah dengan Memahami Benar (SB). Siswa kategori BB mampu memahami informasi soal, menyusun model matematika, menerapkan konsep keseimbangan persamaan, serta menyelesaikan soal secara sistematis. Siswa kategori BS telah menggunakan prosedur dengan benar, namun masih bersifat mekanistik karena belum memahami konsep keseimbangan secara mendalam. Sementara itu, siswa kategori SB telah memahami konsep dasar PLSV, tetapi masih menunjukkan kesalahan pada operasi aljabar dan ketidaktepatan dalam menyelesaikan soal. Temuan yang diperoleh menunjukkan bahwa *ways of thinking* dan *ways of understanding* siswa bersifat dinamis dan berkembang melalui pengalaman belajar. Oleh karena itu, pembelajaran perlu menekankan tidak hanya hasil akhir, tetapi juga proses berpikir dan pemahaman konsep siswa. Temuan ini mendukung penerapan teori Harel dalam pembelajaran aljabar di SMP.

Penelitian ini memiliki beberapa keterbatasan. Pertama, identifikasi *ways of thinking* dan *ways of understanding* siswa masih didasarkan pada analisis jawaban tes tertulis dan triangulasi waktu sehingga belum sepenuhnya menggambarkan proses mental siswa secara mendalam. Kedua, penelitian belum didukung oleh data wawancara yang dapat mengonfirmasi alasan siswa dalam memilih strategi penyelesaian maupun membangun pemahaman konsep. Selain itu, soal yang digunakan masih berada pada tingkat kesulitan dasar hingga menengah sehingga kemungkinan belum mampu mengungkap seluruh variasi karakteristik *ways of thinking* dan *ways of understanding* siswa. Oleh karena itu, penelitian selanjutnya disarankan menggunakan instrumen yang telah melalui validasi ahli secara lebih komprehensif, menambahkan wawancara sebagai sumber data, serta menggunakan soal dengan tingkat kompleksitas yang lebih beragam.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah berkontribusi dalam pelaksanaan penelitian ini, khususnya pihak sekolah, guru, dan siswa yang telah membantu selama proses pengumpulan data. Ucapan terima kasih juga disampaikan kepada dosen pembimbing atas bimbingan dan masukan yang diberikan selama proses penyusunan artikel.

DAFTAR PUSTAKA

- Aiyub, A. (2023). Ways of Thinking Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Pola Bilangan Non Rutin: Suatu Penelitian Fenomenologi Hermeneutik. *Journal of Didactic Mathematics*, 4(2), 65–76. <https://doi.org/10.34007/jdm.v4i2.1851>
- Alawiya, T., Dinar, M., & Asdar. (2022). Deskripsi Pemahaman Konseptual dan Prosedural pada Materi Persamaan Garis Lurus ditinjau dari Kecerdasan Logis Matematis Siswa. *Issues in Mathematics Education*, 6(1), 1–9. <https://doi.org/10.35580/imed32210>



- Asdaputri, N. A., Lumbantobing, H., & Nainggolan, J. (2026). Application of numbered head together (NHT) type cooperative learning model to improve learning outcomes and learning activities in one-variable linear equation and inequality material for grade VII students. *Jurnal Ilmu Pendidikan Indonesia*, 14(1), 46–56. <https://doi.org/10.31957/jipi.v14i1.5235>
- Balkis, N. N., Murtikusuma, R. P., Putri, I. W. S., Trapsilasiwi, D., & Jatmiko, D. D. H. (2025). Pengaruh Model Brain Based-Learning terhadap Kemampuan Berpikir Kritis Siswa SMP pada Materi PLSV. *Jurnal Ilmiah Soulmath: Jurnal Edukasi Pendidikan Matematika*, 13(2), 197–210. <https://doi.org/10.25139/smj.v13i2.10157>
- Chirove, M., & Ogbonnaya, U. I. (2021). The relationship between grade 11 learners' procedural and conceptual knowledge of algebra. *JRAMathEdu (Journal of Research and Advances in Mathematics Education)*, 6(4), 368–387. <https://doi.org/10.23917/jramathedu.v6i4.14785>
- Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2023). *Research Design: Qualitative, Quantitative and Mixed Methods Approaches* (6th ed.). SAGE Publications, Inc.
- Departemen Pendidikan Nasional. (2006). *Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 22 Tahun 2006 tentang Standar Isi untuk Satuan Pendidikan Dasar dan Menengah*. <https://repositori.kemendikdasmen.go.id/4551/>
- Efendi, R., & Kulimbang, E. (2025). Pengaruh Self-Regulated Learning dan Gaya Belajar terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Siswa MTs Negeri Kota Jayapura. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 10(1), 25–39. <https://doi.org/10.31004/cendekia.v10i1.4601>
- Hadiyanti, Y. R., Seralurin, M. M. F., & Tandililing, P. (2022). Analisis Kesalahan Peserta Didik Dalam Menyelesaikan Soal Cerita Pada Persamaan Linear Satu Variabel Berdasarkan Prosedur Newman. *JUPE: Jurnal Pendidikan Mandala*, 7(4), 996–1002. <https://doi.org/10.58258/jupe.v7i4.4452>
- Harel, G. (2008). A DNR perspective on mathematics curriculum and instruction. Part II: With reference to teacher's knowledge base. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 40(5), 893–907. <https://doi.org/10.1007/s11858-008-0146-4>
- Harel, G. (2013). DNR-Based Curricula: The Case of Complex Numbers. *Journal of Humanistic Mathematics*, 3(2), 2–61. <https://doi.org/10.5642/jhummath.201302.03>
- Hurrell, D. (2021). Conceptual Knowledge OR Procedural Knowledge or Conceptual Knowledge AND Procedural Knowledge: Why the Conjunction is Important to Teachers. *Australian Journal of Teacher Education*, 46(2), 57–71. <https://doi.org/10.14221/ajte.2021v46n2.4>
- Ismail, R., Retnawati, H., Sugiman, & Imawan, O. R. (2024). Construct validity of mathematics high order thinking skills instrument with cultural context: Confirmatory factor analysis. *AIP Conference Proceedings*, 3150(1), 080008. <https://doi.org/10.1063/5.0228143>



- Jumiati, Y., Sylviana Zanthi, L., & Fikri, D. (2020). Analisis Kesalahan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Cerita Persamaan dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel. *Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif*, 3(1), 11–18. <https://doi.org/10.22460/jpmi.v3i1.p11-18>
- Komarudin, K., Rinaldi, A., Yulina, R., Suherman, S., & Puspita, L. (2023). Kemampuan Berpikir Kreatif dan Pemahaman Konsep Matematis siswa di Indonesia: Analisis Jalur dengan Structural Equation Model. *PYTHAGORAS Jurnal Pendidikan Matematika*, 18(1), 67–76. <https://doi.org/10.21831/pythagoras.v18i1.57048>
- Kulimbang, E., & Efendi, R. (2026). Analisis Kemampuan Literasi Numerasi Peserta Didik Sekolah Dasar di Perbatasan RI-PNG dalam Menyelesaikan Soal Cerita Bilangan. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 10(1), 444–458. <https://doi.org/10.31004/cendekia.v10i1.4849>
- Lailiyah, S., Kurlillah, F. A. K., & Kusaeri. (2023). Students ways of thinking and ways of understanding analysis in solving mathematics problems in term of adversity quotient. *Jurnal Tadris Matematika*, 16(2), 151–171. <https://doi.org/10.20414/betajtm.v16i2.567>
- Lumbantobing, H., H Manurung, M. M., Tandililing, P., Teresa Panjaitan, A., & Ananta Sumawardani Sitepu, R. (2025). Students' Abilities and Activities Learning in Mathematics at Junior High School: The Discovery Learning Model Using a Scientific Approach. *International Journal of Sciences: Basic and Applied Research (IJSBAR)*, 77(1), 38–49. <https://gssrr.org/index.php/JournalOfBasicAndApplied/index>
- Maghfiroh, F., Dasari, D., Dahlan, J. A., Inayah, C. F., & Fitriyah, Y. (2024). Students' Ways of Understanding and Ways of Thinking in Solving Trigonometric Problems. *JIPM (Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika)*, 12(2), 310. <https://doi.org/10.25273/jipm.v12i2.18833>
- Manurung, M. M. H., & Hadiyanti, Y. R. (2023). Analisis Kemampuan Kreativitas Penyelesaian Masalah Matematika Mahasiswa Berdasarkan Gaya Kognitif Reflektif Dan Impulsif. *JUPE: Jurnal Pendidikan Mandala*, 8(1), 126–132. <https://doi.org/https://doi.org/10.58258/jupe.v8i1.4810>
- Mekarisce, A. A. (2020). Teknik Pemeriksaan Keabsahan Data pada Penelitian Kualitatif di Bidang Kesehatan Masyarakat. *Jurnal Ilmiah Kesehatan Masyarakat*, 12(3), 145–151. <https://doi.org/10.52022/jikm.v12i3.102>
- Mulyono, B. (2018). Pemahaman Konsep Dalam Pembelajaran Matematika. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 3(2), 103–122. <https://doi.org/10.22236/KALAMATIKA.vol3no2.2018pp103-122>
- Nurhasanah, H., Turmudi, & Jupri, A. (2021). Karakteristik Ways of Thinking (WoT) dan Ways of Understanding (WoU) siswa berdasarkan teori Harel. *Journal of Authentic Research on Mathematics Education (JARME)*, 3(1), 105–113. <https://doi.org/10.37058/jarme.v3i1.2449>
- Rayhan, A., & Sudihartinih, E. (2022). Analisis Kesulitan Siswa Smp Pada Pemahaman Konsep Persamaan Linear Satu Variabel (PLSV). *EDU-MAT:*



- Jurnal Pendidikan Matematika*, 10(2), 334–346.
<https://doi.org/10.20527/edumat.v10i2.10631>
- Rittle-Johnson, B. (2019). *Iterative Development of Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics Learning and Instruction* (J. Dunlosky & K. A. Rawson, Eds.; pp. 363–386). Cambridge University Press.
<https://doi.org/10.1017/9781108235631.016>
- Ruamba, M. Y., Efendi, R., Sirampun, E., & Weya, N. M. I. (2026). Cognitive Barriers in the Transition from Graphical to Symbolic Representation of Integral Concepts: A Systematic Literature Review. *Prisma Sains*, 14(3), 1240–1257. <https://doi.org/10.33394/j-ps.v14i3.20660>
- Salsabila Lutfi, J., & Herman, T. (2021). Ways of Understanding Dan Ways of Thinking Siswa Man Berdasarkan Teori Harel Dalam Menyelesaikan Masalah Persamaan Lingkaran. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 8(1), 16–23. <https://doi.org/10.26877/jipmat.v8i1.14426>
- Samosir, C. M., & Herman, T. (2023). Student's Ways of Understanding and Thinking Based on Harel's Theory in Solving Set Problems. *JOHME: Journal of Holistic Mathematics Education*, 7(2), 169–179. <https://doi.org/10.19166/johme.v7i2.7422>
- Santos Trigo, M. (2024). Problem Solving in Mathematics Education: Tracing its Foundations and Current Research-Practice Trends. *ZDM - Mathematics Education*, 56(2), 211–222. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01578-8>
- Saputra, A. N. I., Napitupulu, B., Tandililing, P., Panjaitan, A. T., & Sirampun, E. (2025). Ways of Thinking dan Ways of Understanding Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Bilangan Rasional Ditinjau Dari Teori Harel. *Jurnal Pendidikan Mandala*, 10(2), 832–841. <https://doi.org/10.58258/jupe.v10i2.8981>
- Sari, S. N., & Adirakasiwi, A. G. (2025). Analisis Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis Siswa Pada Materi Plsv Analysis of Mathematical Concept Understanding Ability on PLSV Material. In *Journal of Mathematics Education* (Vol. 4). <https://doi.org/10.58917/ijme.v4i2.192>
- Sinambela, J. U. (2026). Analisis kemampuan penalaran matematis siswa pada materi persamaan linear satu variabel. *Pendas: Jurnal Ilmiah Pendidikan Dasar*, 11(2). <https://doi.org/10.23969/jp.v11i02.44873>
- Sirampun, E. (2024). Analisis Kesulitan Belajar Matematika Siswa Kelas VII Pada Materi Segitiga. *Journal on Education*, 6(3), 17937–17948. <https://doi.org/10.31004/joe.v6i3.5726>
- Sugiyono. (2022). *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D* (2nd ed.). Alfabeta.
- Wahab, R., Ruhama, M. A. H., & Afandi, A. (2021). Analisis Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis Siswa Smp Pada Materi Persamaan Linear Satu Variabel. *Jurnal Pendidikan Guru Matematika*, 1(3), 280–293. <https://doi.org/10.33387/jpgm.v1i3.3531>



- Wahyuningsih, B. Y. (2022). Analisis Kesulitan Pemahaman Siswa Pada Pembelajaran Matematika Materi Persamaan Dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel. *MASALIQ*, 2(4), 559–571. <https://doi.org/10.58578/masaliq.v2i4.463>
- Weber, E., Lockwood, E., & Bennett, A. (2014). The duality between ways of thinking and ways of understanding: Implications for learning trajectories in mathematics education. *The Journal of Mathematical Behavior*, 35, 44–57. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2014.05.002>

